



Pierre Deligne og norske kong Harald under prisuddelingen i Norge.

Foto: Heiko Junge/NTB Scanpix

# Abelpris til Pierre Deligne for banebrydende matematisk rapsodi om de algebraiske ligningers geometri

Matematikkens “nobelpris” – Abelprisen – gik i 2013 til den belgiske matematiker Pierre Deligne, ikke mindst for hans løsning af en berømt formodning af André Weil fra 1949. Vi kigger her nærmere på prismodtageren og hans arbejde.

## Forfattere



Vagn Lundsgaard Hansen er professor emeritus. vlha@dtu.dk



Poul G. Hjorth er lektor. pghj@dtu.dk

Begge ved Institut for Matematik og Computer Science, Danmarks Tekniske Universitet.

Pierre Deligne er en stjerne i den matematiske verden, men der er ikke mange, der vil kunne nævne et specifikt af hans resultater endside forklare dets indhold. I år har han så opnået den ypperste hædersbevisning ved at få tildelt Abelprisen – en pris, der hvert år uddeles af Det Kgl. Norske Videnskabernes Selskab. Pierre Deligne har i sin forskning ydet banebrydende bidrag til et af de vanskeligst tilgængelige områder i matematikken, nemlig algebraisk geometri. Og han har tilsat sine undersøgelser komplicerede tankegange og teorier fra algebraisk topologi, som heller ikke er for nybegyndere. I forbindelse med præsentati-

onen af Deligne og hans bidrag til algebraisk geometri under Abel-festlighederne i Oslo i maj 2013, fik man et stærkt indtryk af Pierre Deligne som en beskeden og ydmyg forsker, der lever og ånder for sin matematik.

## Tidligt i gang

Allerede da Pierre Deligne var omkring 12 år, begyndte han at læse i sin brors matematikbøger fra universitetet og søgte ivrigt efter at forstå og finde forklaringer på det, han læste. Hans interesse for matematik blev yderligere vakt, da en gymnasielærer lånte ham flere bind af en berømt serie af fran-



Pierre Deligne

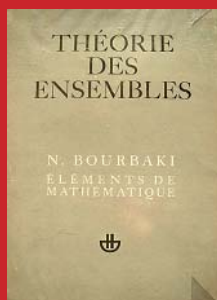
## Om Pierre Deligne

Pierre Deligne er født den 3. oktober 1944 i kommunen Etterbeek i den belgiske hovedstad Bruxelles. Som den yngste nogensinde blev Deligne i 1970 udnævnt til permanent medlem af staben ved det ansete franske forskningsinstitut *Institut des Hautes Études Scientifiques* i forstaden Bures sur Yvette til Paris. I 1984 blev han desuden ansat som professor (nu emeritus) ved School of Mathematics ved det berømte *Institute for Advanced Study* i Princeton, New Jersey, USA.

## Bourbaki: Matematikeren der aldrig var

Omkring midten af forrige århundrede begyndte der i Frankrig at blive udgivet en række lærebøger hvis forfatter blev anført som "N. Bourbaki". Disse lærebøger fremstiller matematik på en uhyre stram, streng, grundig og logisk form der endnu i dag har så ikonisk karakter at man blandt matematikere taler om Bourbaki-skolen, om en Bourbaki-agtig fremstilling af et emne, osv.

N. Bourbaki eksisterer imidlertid ikke som enkelt person. Det er et pseudonym for en gruppe af matematikere (tælende navne som Henri Cartan og André Weil) der i 1930'erne i fællesskab besluttede at udgive en stringent samlet fremstilling af moderne matematik. Der er ikke helt enighed om hvorfor gruppen valgte navnet "N. Bourbaki" som pseudonym. Der fandtes i 1800-tallet en general med samme efternavn, men denne havde ingen speciel matematisk aktivitet eller interesse. Det har også været foreslået at det græsk klingende navn skulle give mindelser om Euklid, og lærebøgernes undertitel (*Éléments de Mathématique*) er i hvert fald konsistent med dette. Der er frem til i dag udgivet i alt 9 bind som stadig (af en fornyet Bourbaki-gruppe) revideres og udvides.



Forsiden til Bind 1: Mængdelære

ske monografier *Éléments de Mathématique*, som tager alle matematikkens discipliner op til behandling i et samtidigt perspektiv. Monografierne blev udformet af et hemmeligholdt kollektiv af eminente franske matematikere, som skrev under pseudonymet Nicolas Bourbaki (se faktaboks). Bøgerne er gennemarbejdede til det perfektionistiske og er på et overordentlig højt abstraktionsniveau. Det er bestemt ikke den slags læsestof, man normalt vil drømme om at tilbyde en 14-årig, men for Deligne blev det et vendepunkt i hans liv. Fra da af levede og åndede han kun for matematik. Ja, i en sådan grad, at han i et interview ved Abel-festlighederne i Oslo lod forstå, at matematik betyder mere for ham end selv hans nærmeste familie.

Pierre Delignes far ønskede, at den højt begavede søn skulle uddanne sig til ingeniør, så han kunne få en karriere, der ville give ham en god indtægt. Men Pierre var ikke spor optaget af livets materielle goder. Han kastede sig i stedet over sin store liden-

skab og valgte at studere matematik ved *Université Libre de Bruxelles*. Her modtog han bachelorgraden i 1966 og doktorgraden i 1968.

Deligne havde oprindeligt indskrevet sig ved universitetet med en ambition om at blive gymnasielærer og så i øvrigt dyrke matematik ved siden af som en hobby for sin egen personlige fornøjelse. Men da han ved universitetet hurtigt kom under vingerne af den berømte belgiske matematiker Jacques Tits (der i 2008 sammen med John Griggs Thompson modtog Abelprisen for banebrydende bidrag til gruppeteori) gik det op for Deligne »... at han kunne tjene sit daglige brød ved at lege, dvs. ved at udføre forskning i matematik«, som han selv har udtrykt det.

Efter at have erhvervet doktorgraden i 1968 tog Pierre Deligne på anbefaling af Tits til Paris for at studere ved den navnkundige franske matematiker Jean-Pierre Serre (der i 2003 modtog den første Abelpris). Hos Serre fandt Deligne nye inspirationer i algebra og topologi, og han kom også i kontakt med den sagnomspundne matematiker Alexander Grothendieck, der var samtidens store ikon i algebraisk geometri. Det gik godt for Deligne, og i 1972 modtog han doktorgraden *Doctorat d'Étatès Sciences Mathématiques* fra *Université Paris-Sud 11*.

## Pierre Delignes matematiske verden

I begrundelsen for tildelingen af prisen fra Abelkomiteen hedder det, at Pierre Deligne modtager Abelprisen i 2013 »for meget betydningsfulde bidrag til algebraisk geometri, og for disse bidrags gennemgribende indflydelse på talteori, repræsentationsteori og relaterede områder.«

Vi skal nu kort beskrive nogle af de emner, der omtales i begrundelsen. Delignes forskning er i sidste ende knyttet til studier af løsningsmængder for ligninger defineret ved algebraiske udtryk, såkaldte algebraiske ligninger. Mere præcist er en *algebraisk ligning* en ligning defineret ved et polynomium i et antal variable. Eksempelvis er

$$3x^2 - 2xy^2 + yz^4 = 2$$

en algebraisk ligning i de tre variable  $x, y, z$  af femte grad, idet  $yz^4$  har graden  $1+4 = 5$  og er leddet af højeste grad i de variable.

*Algebraisk geometri* kan kort beskrives som studiet af geometriske objekter defineret ved algebraiske ligninger, såkaldte *algebraiske varieteter*. For algebraiske ligninger i to variable taler man om *algebraiske kurver*.

Mange kendte geometriske objekter kan beskrives ved algebraiske ligninger. Eksempelvis kan en cirkel med radius 1 beskrives ved andengradsligningen  $x^2 + y^2 = 1$ , når vi i en plan indlægger et sæd-

vanligt retvinklet koordinatsystem med de reelle tal  $x$  og  $y$  som koordinater.

Deligne studerer imidlertid ikke alene algebraiske ligninger over de reelle tal men også over andre tal-systemer, såkaldte *tallegemer*, der har regneoperationer addition og multiplikation, som vi kender det fra de reelle tal.

Det er et yderst vanskeligt problem at holde styr på antallet af løsninger til en algebraisk ligning af vilkårlig grad over et vilkårligt tallegeme. Problemet har imidlertid ikke afskrækket Deligne og det er bl.a. på dette område, han har ydet de banebrydende bidrag, der indbragte ham Abelprisen.

### Pierre Delignes store bedrift

Blandt Delignes bedst kendte bedrifter er hans afklaring af den sidste og dybeste af fire formodninger fremsat i 1949 af den berømte fransk-amerikanske matematiker André Weil (1906-1998) om løsninger til algebraiske ligninger over *endelige tallegemer* (se faktaboks på web).

I sine undersøgelser af algebraiske ligninger i to variable over endelige tallegemer havde André Weil opnået interessante resultater om antallet af løsninger til sådanne ligninger. Han havde med andre ord fået styr på geometrien af algebraiske kurver over endelige tallegemer. Men han kunne ikke finde passende metoder til at tælle antallet af løsninger til algebraiske ligninger i tre eller flere variable over endelige tallegemer og dermed altså heller ikke få styr på geometrien af de tilhørende algebraiske varieteter. På baggrund af sine mange undersøgelser fremsatte Weil i 1949 fire formodninger om antallet af løsninger til algebraiske ligninger over endelige tallegemer, der blev kendt som de fire *Weil-formodninger*.

Tre af de fire Weil formodninger blev bevist inden for de første 10-15 år efter, at Weil havde publiceret sine resultater om algebraiske kurver over endelige tallegemer. Den sidste af formodningerne, som er ækvivalent med en formulering af den berømte *Riemann-hypotesen* specielt for algebraiske varieteter over endelige tallegemer, blev bevist af Pierre Deligne i 1974 i en bedrift, der straks bragte ham helt frem i den matematiske elite.

I 1949 var *kohomologi* et relativt nyt matematisk værktøj udviklet inden for det matematiske område *algebraisk topologi* til at forstå og systematisere viden om geometriske former og strukturer. André Weil var overbevist om, at kohomologi var vejen frem til at bevise Riemann-hypotesen for algebraiske varieteter over endelige tallegemer. Da han fremsatte sine formodninger, var der imidlertid ingen, som kendte en kohomologi, der kunne forbinde geometriske aspekter ved algebraiske varieteter med aritmetiske aspekter knyttet til løsning

af algebraiske ligninger over endelige tallegemer. Weil havde ikke selv noget forslag til, hvordan man kunne definere en sådan kohomologi, men han vidste hvilke egenskaber, den skulle have, for at den kunne føre til et bevis for Riemann-hypotesen for algebraiske varieteter over endelige tallegemer. Den af Weil efterspurgt, spøgelsesagtige kohomologi blev kendt under navnet *Weil-kohomologi*.

Begyndelsen til en afklaring af den sidste af Weils formodninger kom i 1960. Her indførte den sagnomspundne statsløse matematiker Alexander Grothendieck, som er bosat i Frankrig, et nyt begreb *étale cohomology* i algebraisk geometri som han foreslog som kandidat til en Weil-kohomologi. Problemet var dermed flyttet hen til at vise, at Grothendiecks nye kohomologi opfyldte kravene til at kunne være den efterspurgt Weil-kohomologi.

Det var Grothendieck ikke selv i stand til at gøre, men heldigvis var Pierre Deligne dukket op i Paris i 1968, hvor han lærte om Grothendiecks kohomologi. Og hvad der ikke lykkedes for Grothendieck lykkedes for den unge Pierre Deligne. Ved meget komplicerede argumenter baseret på adskillige tidligere opdagelser af andre matematikere beviste Pierre Deligne i 1974 Weil-formodningerne helt generelt.

### En stor Abelpris-modtager

Pierre Deligne modtog den særdeles prestigefyldte Fields Medalje ved den Internationale Kongres for Matematikere afholdt i Helsingfors i 1978. Denne udmærkelse er kun en af en række af priser og udmærkelser Deligne har modtaget for sine bidrag til matematik.

I 2004 modtog han således Balzan Prisen i Matematik. I fondatsen for denne pris, som er på 1 million Schweizerfranc, står der, at halvdelen af pengene skal bruges på unge forskere. Deligne valgte at oprette treårige forskningslegater til at støtte aktive unge matematikere i Rusland, Ukraine og Hviderusland.

I 2006 blev Deligne af Kong Albert II af Belgien udnævnt til Viscount, og det Belgiske postvæsen udstedte samme år et frimærke til hans ære for banebrydende bidrag til matematisk grundforskning.

Pierre Delignes foretrukne arbejdssted er en seng med papirer spredt ud over sengen. Når han skal slappe af, dyrker han sin have med stor ildhu, og han har en have i tilknytning til sine boliger både i Princeton og i Bures-sur-Yvette. Han kører yderst sjældent i bil og foretrækker cykling og vandreture. Pierre Deligne lever og ånder for sin matematik, og han vil – som han gjorde det med Balzan Prisen – bruge en stor del af Abelprisen til at støtte yngre matematikere i taknemmelighed over den støtte, han selv modtog i starten af sin karriere. ■

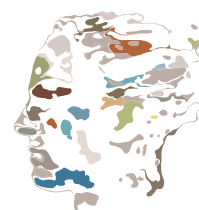
### Videre læsning

"The Abel Prize 2013",  
Abelprisens hjemmeside:  
[www.abelprize.no](http://www.abelprize.no)

M. Raussen og C. Skau:  
"Interview with Abel Laureate Pierre Deligne",  
Newsletter European  
Mathematical Society,  
Volume 89, september  
2013, 15-23.  
[www.ems-ph.org/  
journals/newsletter/  
pdf/2013-09-89.pdf](http://www.ems-ph.org/journals/newsletter/pdf/2013-09-89.pdf)

### Link til faktaboks:

**Algebraiske ligninger  
over endelige tallegemer:**  
[http://aktuelnaturvidens-  
skab.dk/nyeste-numre/  
6-2013](http://aktuelnaturvidenskab.dk/nyeste-numre/6-2013) → **abelpris**



**ABEL  
PRISEN**