



HVEM ER BEDST?

- metoder til rangering i sport og videnskab

Foto: Mike Kalasnik/cc-by-sa-2.0/via Wikimedia

Hvem er den bedste straffekastsskytte i den amerikanske basketball-liga? Og hvad har det med gener, der potentielt er forbundet med kræft at gøre?

Der er kun få sekunder tilbage af basketball-kampen. Stillingen er helt lige, og I har desperat brug for sejren. Og nu får I tilkendt et straffekast. Som træner har du ansvaret for at udpege spilleren, der skal kaste. Hvem vælger du?

Ja, man kan selvfølgelig slå plat og krone, men de fleste vil jo nok prøve at vurdere sandsynligheden for succes ud fra en vurdering af den enkelte spillers hidtidige præstationer – altså en slags statistisk analyse. Men selv når man samler data ind og laver grundig statistik, bliver det ikke nødvendigvis glasklart, hvem der er det bedste valg. For det afhænger af, hvilken metode man bruger.

Klar kommunikation: Medie-rangering

Sportskanalen Entertainment and Sports Programming Network (ESPN) viser basketball fra National Basketball Association (NBA) i USA, hvor verdens bedste atleter kæmper om at vinde mesterskabet. ESPN samler løbende data fra kampene og bruger statistikkerne til at rangere spillerne i mange forskellige kategorier.

En af kategorierne er straffekast, og til rangering bruges antal straffekastforsøg og den tilhørende scoringsfrekvens for hver spiller. I 2015/16-sæsonen skød 462 NBA-spillere mindst et straffekast. Sammenlagt blev der skudt 57.469 straffekast og scoret 43.489 gange – scoringsfrekvensen var altså

$43.489/57.469 = 75,7\%$. Men hvilken spiller var bedst til straffekast?

Det er ikke oplagt, hvordan NBA-spillerne skal rangeres, fordi antallet af forsøg varierer mellem spillerne. I alt 14 spillere scorede hver gang, men de skød alle færre end 11 gange. Jordan Farmar scorede 10 gange på 10 forsøg, mens James Harden scorede på 86% af sine 837 forsøg. Er Jordan Farmar så bedre end James Harden? Stephen Currys scoringsfrekvens er 90,8% på 400 forsøg, og Kevin Durants frekvens er 89,9% på 498 forsøg. Hvem er bedst?

ESPN bruger en simpel metode til at rangere spillerne: En spiller er kvalificeret til at blive rangeret, hvis han har scoret mere end 125



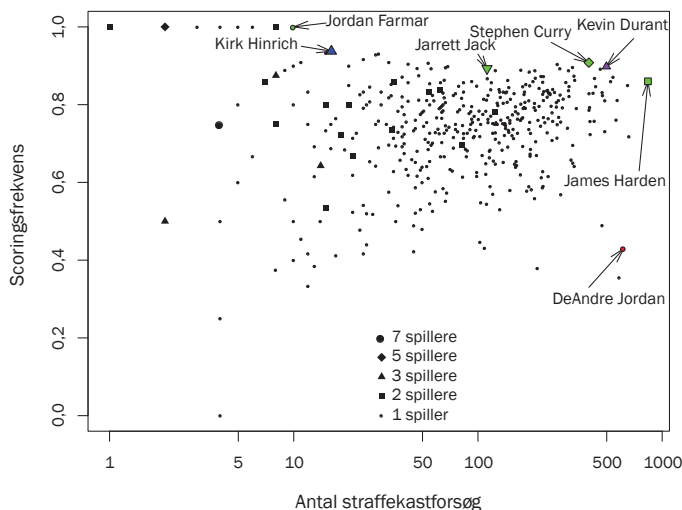
Asger Hobolth er statistiker og lektor ved Bioinformatics Research Centre, Aarhus Universitet. Desuden er han en stor fan af NBA-basketball. asger@birc.au.dk

gange. De kvalificerede spillere rangeres efter scoringsfrekvens. Er det en god metode til at rangere spillerne? Metoden er nem at forklare og forstå, men det virker temmelig barsk at have en kvalifikationstærskel på 125 scoringer. Det kan ekskludere spillere, som har lavet flotte præstationer. Fx scorede Jarrett Jack fra Atlanta Hawks på 100 ud af 112 forsøg. Skal han ikke anerkendes som en fremragende straffekastskytte?

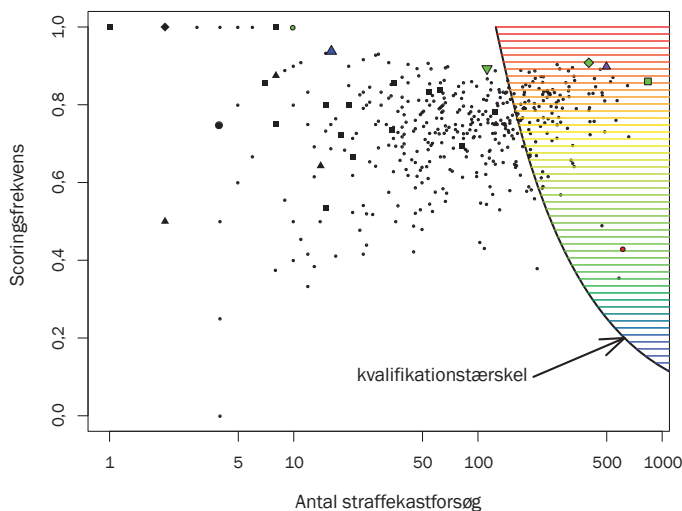
Den klassiske metode: P-værdi-rangering

Jeg er selv involveret i et større studie, hvor vi arbejder med en problemstilling, der minder om opgaven med at rangere straffekast-skytter. I vores tilfælde rangerer vi gener i forhold til, hvor meget de er forbundet med udvikling af kræft. Vi fokuserer på de områder i et gen, der styrer hvor aktivt genet er. Kræft er kendetegnet ved uhæmmet cellevækst, og denne mangel på regulering kan skyldes, at genets aktivitetsniveau er dårligt kontrolleret. Reguleringen af et gens aktivitet styres af et område på 100-1000 nukleotider og kan blive ødelagt af nye mutationer. Vi bruger såkaldte *p*-værdier til at identificere gener med særligt mange mutationer. I forhold til basketball-situationen svarer længden af genet til antal straffekastforsøg, og antallet af mutationer svarer til antal scoringer. Det er meget almindeligt at rangere enheder i biomedicinsk forskning (i vores tilfælde gener) efter *p*-værdi.

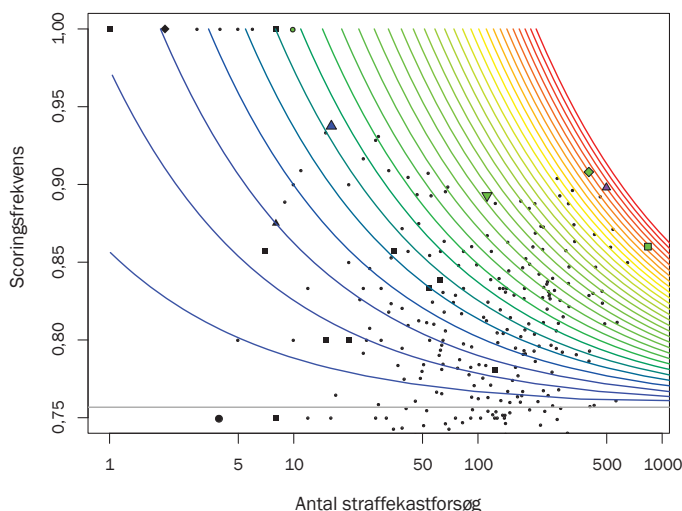
En *p*-værdi er sandsynligheden for et mindst lige så ekstremt udfald som det observerede under en given model. I dette tilfælde kan vi bruge en model, hvor hvert straffekast har sandsynlighed $p_0 = 0,757$ for at lykkes, idet $p_0 = 0,757$ er sæsonens scoringsfrekvens. Det viser sig, at metoden med *p*-værdier favoriserer spillere med mange scoringsforsøg. Fx bliver James Harden med denne metode rangeret som nummer 3, mens han i ESPN-rangeringen er helt nede som nummer 19.



Antal straffekastforsøg og scoringsfrekvens for 462 spillere i NBA i sæsonen 2015/16.

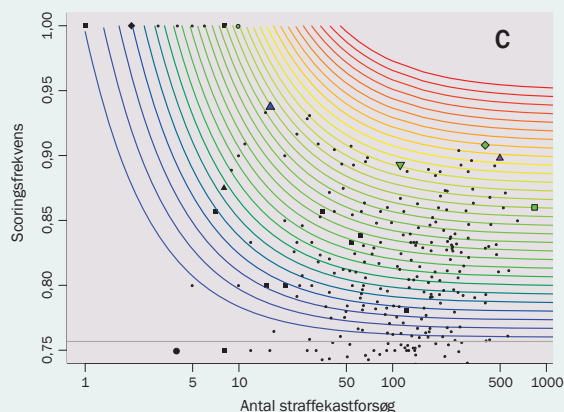
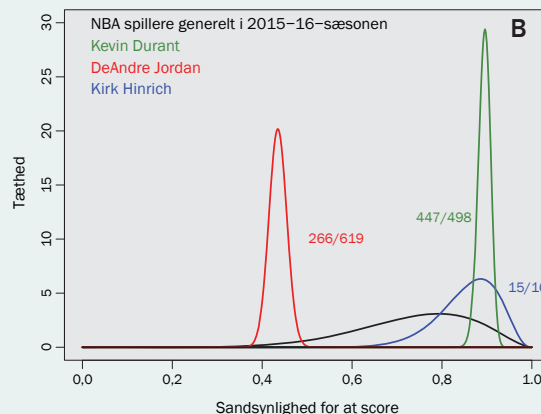
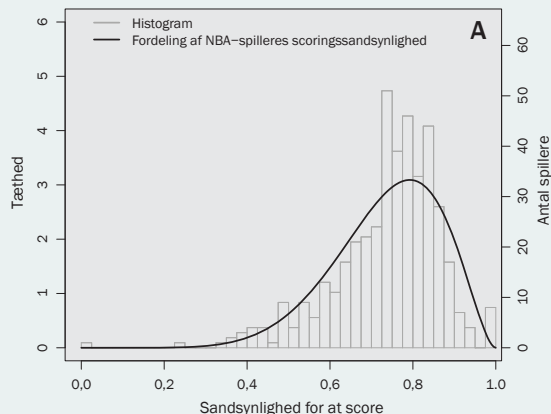


ESPNs rangering af NBA-spillere. ESPN har en kvalifikationstærskel på 125 scoringer for at blive rangeret. De kvalificerede spillere rangeres efter scoringsfrekvens. Rangeringen svarer til at feje ned gennem det farvede område fra rød (de bedste spillere) over gul og grøn (spillere på det jævne) til blå (de dårligste spillere).



Rangering af NBA-spillere efter *p*-værdi. Farvekoden er som i figuren med ESPN-rangeringen.

Den Bayesianske metode



De tre figurer viser samlet princippet i rangering af NBA-straffekastskytter med den bayesianske metode.

Den første figur (A) viser fordelingen af NBA-spilleres scoringsandsynlighed. I NBA er scoringsandsynligheden 75%, men den varierer meget mellem spillerne.

Den anden figur (B) viser den oprindelige (sorte) og opdaterede fordeling for tre NBA-spilleres scoringsandsynlighed (Kevin Durant, DeAndre Jordan og Kirk Hinrich). Tallene i figuren angiver antal scoringer og antal forsøg.

Endelig viser den sidste figur (C) rangeringen af NBA-spillerne efter middelværdien af den opdaterede fordeling.

I det supplerende materiale til artiklen på nettet, har jeg beskrevet, hvordan beregningerne af disse fordelinger er foretaget.

Tre metoder til rangering af straffekastskytter

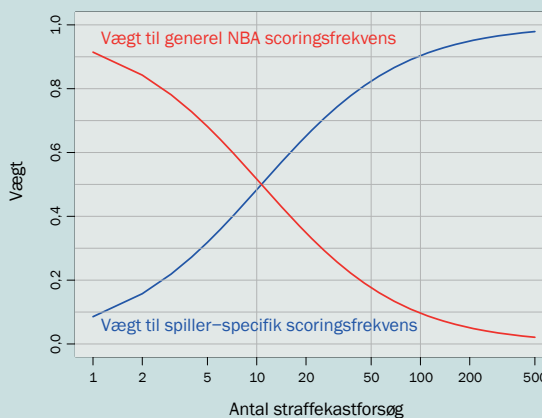
For NBA-spiller i har vi et par (x_i, n_i) af antal scoringer x_i og scoringsforsøg n_i . Der er 462 spillere, så i er et index fra 1 til 462. Scoringsfrekvensen for den enkelte spiller er $\hat{p}_i = x_i/n_i$. De tre forskellige metoder til rangering kan opsummeres i følgende tabel:

Metode	Rangeringsvariabel	Kommentar
ESPN	$\hat{p}_i = x_i/n_i$	Kvalifikationskrav: $x_i \geq 125$
P-værdi	$\sqrt{n_i}(\hat{p}_i - p_0)$	Her er $p_0 = 0,75$
Bayes	$w(n_i)p_0 + (1 - w(n_i))\hat{p}_i$	Se figuren nedenfor

Den Bayesianske rangeringsvariabel er et vægtet gennemsnit af den generelle NBA-scoringsfrekvens p_0 og den enkelte spillers scoringsfrekvens \hat{p}_i . Vægten afhænger af spillerens antal straffekastforsøg n_i og er vist i nedenstående figur.

Den røde kurve viser vægten $w(n_i)$ af NBA-frekvensen, og den blå kurve viser vægten $1-w(n_i)$ af spillerens frekvens. Hvis spilleren kun har skudt få forsøg, får NBA-frekvensen en stor vægt, og spillerens frekvens en lille vægt. Ved kun 3 straffekastforsøg er vægten 0,8 til NBA-frekvensen og 0,2 til spillerfrekvensen.

Ved 10 straffekastforsøg er vægten helt lige, mens spillerfrekvensen får en stor vægt ved mange straffekastforsøg, for i det tilfælde



er den pålidelig. Ved flere end 100 straffekastforsøg har scoringsfrekvensen for spilleren således mere end 90% af vægten. I dette perspektiv virker ESPN's kvalifikationstærskel på 125 scoringer temmelig høj.

Den vægtende metode:

Bayesiansk rangering

En tredje mulighed er at bruge Bayesiansk statistik. I Bayesiansk statistik bestemmes først en fordeling af spillernes scoringssandsynlighed, og senere opdateres fordelingen med hensyntagen til den enkelte spillers antal straffekastforsøg og scoringsfrekvens.

En typisk NBA-spiller scorer med sandsynlighed 75%, men variansen er meget stor: 20% af spillerne har en scoringssandsynlighed på over 85%, og 5% af spillerne har en scoringssandsynlighed på under 50%.

Ideen i Bayesiansk statistik er at opdatere den generelle fordeling med data fra den enkelte spiller. Den opdaterede fordeling for scoringssandsynligheden får mindre varians, når spilleren har foretaget mange scoringsforsøg. Man kan rangere NBA-spillerne efter middelværdien af den opdaterede fordeling. Når spillerne har flere end 100 scoringsforsøg, bliver de i høj grad rangeret efter scoringsfrekvens ligesom i ESPN-rangering. Den Bayesianske metode tillader dog også spillere med få scoringsforsøg, men høj scoringsfrekvens, at blive rangeret højt.

Hvad er konklusionen?

Hvem er så den bedste spiller? Den diskussion er heldigvis langt fra slut, men valg af statistisk metode har stor indflydelse på den endelige rangering. I tabellen på denne side har jeg i bedste sportsånd opsummeret de bedste spillere efter "gold first" (samme metode som rangering af lande ved de Olympiske Lege, hvor det bedste resultat er afgørende, og i tilfælde af lighed betragtes det næstbedste resultat).

ESPN og Bayesiansk rangering er meget ens, men den Bayesianske metode anerkender Jarrett Jack for en fantastisk sæson med 100 scoringer på kun 112 forsøg. De 100 scoringer kvalificerer slet ikke Jarrett Jack til at blive rangeret af ESPN.

De bedste NBA-spillere ordnet efter "gold first"

Navn	Scoringer	Forsøg	Frekvens	ESPN	Bayes	P-Værdi
Stephen Curry	363	400	0,908	1	1	2
Kevin Durant	447	498	0,898	3	3	1
Jamal Crawford	245	271	0,904	2	2	7
James Harden	720	837	0,860	19	31	3
Chris Paul	294	328	0,896	4	4	6
Damian Lillard	414	464	0,892	6	5	4
Dirk Nowitzki	250	280	0,893	5	6	12
Isaiah Thomas	474	544	0,871	14	20	5
Khris Middleton	277	312	0,888	8	7	10
Kevin Martin	153	172	0,890	7	8	20
DeMar DeRozan	555	653	0,850	25	43	8
JJ Redick	182	205	0,888	9	9	16
Paul George	454	528	0,860	21	32	9
Kyrie Irving	169	191	0,885	10	13	17
Jarrett Jack	100	112	0,893	-	10	31
Kawhi Leonard	292	334	0,874	11	19	13
Danilo Gallinari	375	432	0,868	16	25	11
Mario Hezonja	49	54	0,907	-	11	54
Klay Thompson	193	221	0,873	12	23	21
Marcelo Huertas	27	29	0,931	-	12	67
Ryan Anderson	199	228	0,873	13	24	19
Reggie Jackson	291	337	0,863	17	30	14
Joffrey Lauvergne	62	69	0,899	-	14	44
Deron Williams	179	206	0,869	15	28	23
Kemba Walker	371	438	0,847	28	48	15

Golden State Warriors har Stephen Curry på holdet, og har i sommer fået tilgang af Kevin Durant fra Oklahoma Thunder. Kevin Durant var den største profil på det amerikanske Dream Team-mandskab, der igen vandt OL-guld i basketball, og af DR-sportens Marco de los Reyes blev han kåret til en af legenes største mandlige stjerner.

Hvis jeg var træner for Golden State Warriors ville jeg håbe, at enten Stephen Curry eller Kevin Durant skal være straffekastskytte i de sidste minutter af den forventede finale i sæsonen 2016/17 mod Cleveland Cavaliers og superstar King LeBron James.

Hvad betyder det i grunden at være bedst? Alle straffekast har ikke lige stor betydning. Straffekastene i de sidste minutter af de vigtigste kampe kan være helt afgørende for sæsonens udfald, mens straffekastene i andre situationer ikke har stor betydning for kampens resultat. De bedste straffekastskytter scorerer under maksimalt pres. Modellerne i denne artikel tager ikke hensyn til, hvor vigtigt straffekastet er.

Rangering ved brug af p-værdier er meget forskellig fra ESPN og Bayes. Faktisk er p-værdier slet ikke konstrueret til rangering, men som beskrevet et udtryk for hvor sand-

synligt det er at opnå et mere ekstremt resultat end det observerede under hypotesen. Anvendelse af p-værdier giver spillere med mange scoringsforsøg en urimelig stor fordel. Jeg har tænkt mig snarest muligt at vende tilbage til kræftstudiet for at undersøge, om vi ved valg af p-værdier til rangering har fået for mange lange gener i toppen af listen!

På den måde kan inspirationen til forskningsarbejdet altså sagtens komme fra basketball. ■

Referencer

Nicholas C. Henderson og Michael A. Newton (2015). Making the cut: improved ranking and selection for large-scale inference. Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Statistical Methodology), 78, Part 4, 781–804.

På Aktuel Naturvidenskabs hjemmeside kan du finde ekstrap materiale til denne artikel, som går mere i dybden med de matematiske udregninger. aktuelnaturvidenskab.dk/find-artikel/nyeste-numre/5-2016/