

På dynamikken fik han skik - og Abelprisen til Sinai gik



Den ypperste matematiske anerkendelse, Abelprisen, er i år uddelt til den russiske matematiker Yakov Sinai. Vagn Lundsgaard Hansen og Poul G. Hjorth fortæller her om prismodtageren og hans arbejde.

Abelprisen – den fornemme matematikpris opkaldt efter den norske matematiker Niels Henrik Abel (1802 – 1829), og som uddeles hvert år af Det Norske Videnskaps-Akademi, blev for året 2014 givet til den russiske matematiker Yakov Sinai, for dennes “*fundamentale bidrag til teorien for Dynamiske Systemer, Ergodeteori og Matematisk Fysik*”.

Dynamiske Systemer er systemer, der undergår forandring, dvs. de udvikler sig. De mest umiddelbare eksempler på dette kommer fra matematiske modeller af den fysiske virkelighed. I sådanne modeller betragter vi tiden som kontinuert, vi betragter fysiske størrelser, der afhænger af tiden – det kunne fx være positionen af en eller flere partikler – og nedskriver da matematiske ligninger, der beskriver tidsudviklingen i systemet. For eksemplet med partiklerne kunne man nedskrive Newtons bevægelseslove, hvor årsagen til den tidlige ændring er de kræfter, der virker i systemet. Kræfter hedder på græsk *dynos*, og dette ligger bag ved betegnelsen dynamiske systemer – altså systemer, som ændres på grund af kræfter, der virker på systemet.

I disse klassiske eksempler på dynamiske systemer forløber tiden kontinuert og får dermed i almindelighed systemets tilstande til at ændre sig *kontinuert*. Men man kunne også forestille sig en anden form for ændring, hvor udviklingen foregår trinvis. Sådanne systemer siges at være *diskrete*, og modellerne for dem består af ligninger, der fortæller, hvordan man trinvis, *iterativt*, kommer til den næste tilstand fra den nuværende tilstand. Til denne klasse af diskrete dynamiske systemer henregnes også de matematiske forløb, hvor man studerer tal i den komplekse plan, der undergår forandring ved en iterativ proces. I denne proces opstår bl.a. de dramatiske fraktal-billeder, fx Mandelbrot mængden. Endelig kan man også studere systemer, hvor udviklingen er underlagt en bestemt grad af tilfældighed, de såkaldte *stokastiske* systemer.

Dybe resultater

Yakov Grigorevich Sinai blev født i Moskva i 1935 i en familie af akademikere: Begge hans forældre var mikrobiologer. Sinais bedstefar, Benjamin Fedoro-

Den norske kronprins Haakon overrækker Abelprisen til Yakov Sinai (tv) ved en ceremoni på Oslo Universitet den 19. maj 2014.

Foto: Håkon Mosvold Larsen/NTB scanpix

Forfattere



Vagn Lundsgaard Hansen er professor emeritus. vlha@dtu.dk

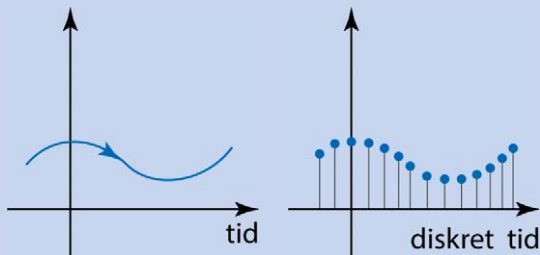


Poul G. Hjorth er lektor. pghj@dtu.dk

Begge ved Institut for Matematik og Computer Science, Danmarks Tekniske Universitet.

Dynamiske Systemer

Dynamiske systemer er systemer, der udvikler sig i tid og rum. Denne udvikling i tid kan enten foregå glidende (*kontinuert*) eller i spring (*diskret*).



Ofte afbilder man systemets udvikling i et rum (*faserummet*), hvor både positioner og hastigheder kan aflæses. Eksempelvis kan bevægelserne af et pendul angives som kurver i en plan, hvor den ene akse viser størrelsen af pendulets udsving (dvs. en vinkel), og den anden akse angiver størrelsen af vinkelhastigheden. For små udsving, hvor pendulet bevæger sig frem

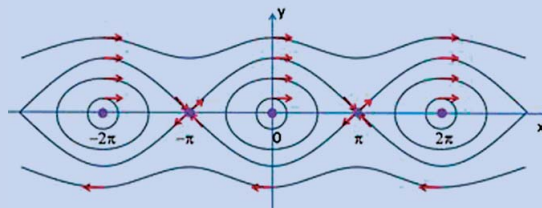


Illustration af faserummet for et pendul.

og tilbage, er løsningskurverne for en given startværdi lukkede kurver, men for tilstrækkelig store (enten positive eller negative) værdier af vinkelhastigheden drejer pendulet hele vejen rundt, enten i den ene eller den anden retning. Faserummet udviser samtlige mulige bevægelser af pendulet.

I den matematiske formulering skelner man desuden mellem systemer, hvor udviklingen er entydigt bestemt af begyndelsesbetingelserne (*deterministiske systemer*), eller hvor den kan være underlagt tilfældighed (*stokastiske systemer*).

Sinai's begreber

Yakov Sinai har lagt navn til en række begreber indenfor dynamiske systemer:

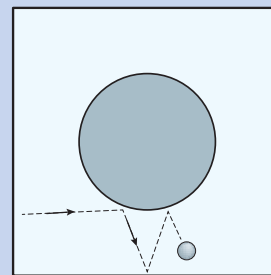
Kolmogorov-Sinai entropi

Entropibegrebet dukker op i mange grene af de eksakte videnskaber begyndende med termodynamik i 1800-tallet, men i 1900-tallet også i statistisk mekanik, informationsteori og dynamiske systemer. I sin mest generelle form er entropi et mål for en grad af uorden, således at et meget ordnet system har lav entropi. I 1950'erne begyndte Kolmogorov at arbejde med et entropibegreb for stokastiske systemer, og Sinai's vigtige bidrag var at udvide og tilpasse dette begreb også til dynamiske systemer i kontinuert tid. I teorien for dynamiske systemer er entropi et (blandt flere) mål for, hvor kaotisk systemet er, fx hvor hurtigt banerne i faserummet spredes.

Sinai billiard

I midten af en kvadratisk ramme befinder sig en cirkulær forhindring. En partikel bevæger sig frit, dvs. friktionsløst inden for rammen, men støder elastisk sammen med både rammen og forhindringen. Det underliggende dynamiske

system kaldes *Sinai's billiard* og er et eksempel på et dynamisk system, der er komplekst nok til at udvise interessante dynamiske fænomener, men samtidig simpelt nok til, at man stringent kan bevise interessante matematiske egenskaber.



Sinai's billiard

Sinai-Ruelle-Bowen mål

Et *mål* på et dynamisk system er en måde at skelne mellem større og mindre områder i det område, faserummet, hvor dynamikken udfolder sig. Ofte er faserummet et højt dimensionalt rum. I vores sædvanlige 3-dimensionale rum er volumen et mål for størrelse af et område. Mange (såkaldt usammentrykkelige) væsker strømmer på en sådan måde, at selv om et givet område bliver deformeret af strømmingen, bevarer det sit volumen. Sinai (og Ruelle, og Bowen) beviste i 1970'erne en række vigtige resultater om generaliserede volumenbegreber for dynamiske systemer.

vich Kaaen, var matematiker og leder af afdelingen for differentialgeometri på Statsuniversitetet i Moskva. Her påbegyndte Sinai også sine studier i matematik i 1952, først med Nikolai Chetaev som vejleder og senere med Evgenii Dynkin, under hvilken Sinai skrev sin første artikel i 1957.

Sinai afsluttede sin uddannelse fra Statsuniversitetet i Moskva med sin doktorgrad i 1963. Hans ph.d.-vejleder var den sagnomspundne Andrey Kolmogorov ved Laboratoriet for Statistisk og Sandsynlighedsteoretisk Metode. Allerede i de tidlige 1960'ere blev Sinai internationalt anerkendt

for de dybe resultater, han afdækkede i teorien for dynamiske systemer. I 1962 blev den da 27-årige Sinai inviteret til at give et foredrag ved Verdenskongressen i Matematik i Stockholm.

Fra 1971 virkede Sinai som professor ved Statsuniversitetet i Moskva og var også tilknyttet Landau Institutet for Teoretisk Fysik under det russiske videnskabsakademi. Gennem sit forskningsemnes nære tilknytning til teoretisk fysik og arbejdet på Landau Institutet var Sinai også tæt på fysikere, specielt inden for området teoretisk (analytisk) mekanik. Sinai blev professor i 1981, overraskende sent i for-

hold til den videnskabelige tyngde af hans arbejder.

1960'erne og 1970'erne var koldkrigstid, og Sinai var ikke vellidt i Partiet. Sinai havde i 1968 sammen med andre i et åbent brev forsvaret digteren (og matematikeren) Esenin-Vol'pin, der havde kritiseret sovjetstyret, arbejdet for menneskerettigheder og var blevet fængslet for sin samfundskritik.

Ind i fysikken

Efter Sovjetunionens opløsning var miljøet mere åbent, og omverdenen var ikke sen til at drage nytte af, at kapaciteter som Sinai nu kunne rejse mere frit. Fra 1993 har Sinai været professor ved Princeton Universitetet, selv om han har beholdt sin stilling ved Landau Institutet.

I en strøm af arbejder, der går tilbage til 1960'erne, har Sinai vist sig som en af de store matematikere i grænsefladen mellem matematik og fysik. Lærebøger i dynamiske systemer indeholder en lang række begreber, der nu bærer hans navn: *Sinai billiard*, *Kolmogorov-Sinai entropi*, *Sinai-Ruelle-Bowen mål* (se boks). Resultaterne belyser generelle ligheder og forskelle mellem de mange forskellige typer af dynamiske systemer og forskellige facetter ved kaosbegrebet. Fra sine tidlige studier med Kolmogorov har Sinai været optaget af den udfordring, der ligger i at udtrække simple lovmæssigheder og mønstre ved hele systemet ud fra et kendskab kun til de små og lokale principper, der styrer tidsudviklingen i systemet. Forbilledet er Boltzmanns

resultater i gasteori ud fra antagelser om, hvordan de enkelte gasmolekyler vekselvirker, men resultaterne er langt mere generelle. I de senere år er Sinai også begyndt at interessere sig for væskedynamik, et område hvor fx begrebet turbulens endnu ikke har fået en tilfredsstillende matematisk beskrivelse.

En beskeden herre

Yakov Sinai er med sine 79 år en stiltfærdig og beskeden person. Det kom tydeligt frem, da det russiske nyhedsbureau TASS interviewede ham i anledning af Abelprisen.

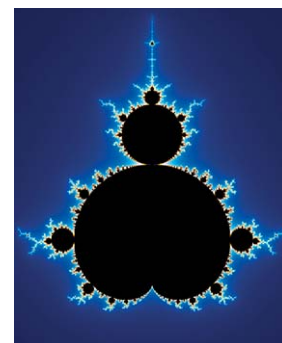
Interviewer: Hvad følte du der klokken 5 om morgenen, da en stemme i telefonen fortalte dig, at du havde vundet Abelprisen?

Sinai (med et smil): Prøv at sætte dig selv i mit sted og forestil dig, hvad du selv ville have følt.

Interviewer: Kan du beskrive dit arbejde som matematiker?

Sinai: Forestil dig, at du begynder din dag med at løse en kryds og tværs opgave. Du udfylder alle felter. Og så går du hele resten af dagen og tænker på hvert eneste af de begreber, der ligger bag de ord, som du har skrevet ned.

Sinai er blevet hædret med en lang række priser og hædersbevisninger: Wolf prisen i 1997, Nemmers Prisen i 2002, Poincaré Prisen i 2009 og nu Abelprisen. Sinai er æresdoktor ved en lang række af institutioner. Privat er han gift med matematikeren Elen B. Vul, med hvilken han har en søn. ■



Mandelbrot-mængden er et eksempel på et fraktalbillede, der opstår når man studerer tal i den komplekse plan, der undergår forandring ved en iterativ proces.

Illustration: CC BY-SA 3.0 via Wikimedia Commons

Videre læsning

<http://web.math.princeton.edu/facultypapers/Sinai/>

www.abelprisen.no/c61093/seksjon/vis.html?tid=61098&strukt_tid=61093

www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Sinai.html

<http://itar-tass.com/nauka/1207633>