



KUNSTEN AT BALANCERE OG UNDGÅ TAB

Kvælstoffet i høst-udbyttet er en vigtig strøm i landbrugets kvælstofbalance.

Foto: Colourbox

I miljøsager gælder det om at have styr på strømme og beholdninger, ikke bare af kvælstof, men også andre bevarede størrelser. Det får vi kun ved at balancere dem. Hans Schrøder viser her, at det er overraskende enkelt, og at fordelene er meget store.

Forfatteren



Hans Schrøder er civilingenjører og miljøforsker. I 1980'erne arbejdede han på DHI og det daværende VKI – bl.a. med en stor redegørelse for tabet af kvælstof fra landbruget og konsekvenserne for vandmiljøet. Der havde han brug for at opstille kvælstofbalancer. Det var første skridt på en lang vandring, der er endt med den metode og det system, denne artikel handler om. hans@schroder.dk

Journalister mener, at sagen om kvælstof i landbruget og vandmiljøet er indviklet, og politikere siger, at forskerne er uenige. Det bunder i det postfaktuelle, det politiserende samfund, der komplicerer alt, også det der er enkelt, og sætter alt til diskussion, også det der ikke kan diskuteres. Det er en hån imod naturvidenskaberne, hvis genstand jo er det, der ikke er til diskussion.

For at komme af med politiseringen og fremme naturvidenskaberne, må vi stå på et fast, et arkimedisk

punkt, noget vi alle er enige om. Og det er, hvad vi lærte i skolen, nemlig at naturlovene gælder, og at matematikken ikke lyver. Problemet i sagen om kvælstof i landbruget og vandmiljøet (og andre miljøsager) er, at vi synes at have glemt det. Vi benytter ikke balancer. Det gør sagen mere indviklet, end den i virkeligheden er, får forskerne til at fremstå som mere uenige, end de er, og koster mere, end det havde behovet.

Historien viser, at vi siden tidernes morgen har været enige om, at det

er nyttigt at holde regnskab, eller at balancere, som det kaldes her.

Matematikken i det dobbelte bogholderi

For ca. 10.000 år siden, da mennesker begyndte at dyrke landbrug, fik de brug for at holde regnskab med, hvad de ejede. Det var før, nogen kunne skrive og regne, så man udformede 1-3 cm store figurer i ler. En cylinder kunne fx repræsentere en skæppe korn og en kugle en gød. Figurerne lå i forseglede lerkrugger. Når en landmand afhændede tre skæpper korn til en anden i bytte for en

ged, brød de forseglingen på deres krukker og førte tre cylindre fra den ene krukke til den anden, en kugle den anden vej – og forseglede igen.

Sådan gik der tusinder af år, mens man i stigende grad blev træt af besværet med forseglingen og med tiden bedre til at skrive og regne. Man indså, at det var lettere på krukkenes ene side at anføre, hvad der blev lagt ind, og, på den anden, hvad der blev taget ud. Lerfigurer og krukker blev således med tiden overflødige, og for omkring 5.000 år siden brugte man lertavler med en linje ned gennem midten. Man anførte input til venstre for linjen og output til højre. Den dobbelte talkolonne, ryggraden i det dobbelte bogholderi, var dermed etableret.

I 1494 udgav franciskanermunken og matematikeren Luca Pacioli (1445 – 1517) en bog om den matematik, man kendte på hans tid. Et af kapitlerne handlede om det dobbelte bogholderi og beskrev metoden for første gang. Pacioli, der underviste købmænd i Venedig, understregede, at det er nødvendigt at bruge det dobbelte bogholderis metode, hvis man vil undgå tab.

Hvad Pacioli ikke vidste – og hvad de fleste mennesker i dag stadig ikke véd – er, at det dobbelte



Maleri af Luca Pacioli i færd med at undervise i matematik.

bogholderis metode er en sag om sammenhørende, lineære ligninger. Opgaven er at skaffe balance på alle konti samtidigt. For enhver tænkelig kontrolkasse gælder, at beholdningsændringen, D , i en nærmere fastsat periode, fx et år, er lig med input minus output i perioden:

$$D = \text{input} - \text{output}$$

Det dobbelte bogholderi kan forstås som en gentagen anvendelse af denne enkle ligning.

Når vi er helt sikre på, at det dobbelte bogholderi er en ufejlbarlig metode, og at aktiver *altid* er lig med passiver, skyldes det, at penge er, hvad fysikerne kalder en "bevaret størrelse". Penge strømmer fra den ene konto til den anden, men de hverken forsvinder eller opstår undervejs.

Fra penge til stof

I 1789 grundlagde den franske adelsmand Antoine Laurent de Lavoisier (1743-1794) kemien som naturvidenskab med loven om grund-

Lineær algebra for begyndere

Hvad vil det sige at opstille og løse sammenhørende lineære ligninger? Her er et eksempel, der er meget enkelt, men som alligevel volder mange mennesker problemer:

En flaske og en prop koster i alt 12 kr. Flasken koster 10 kr. mere end proppen. Hvad koster proppen? De fleste gætter og siger 2 kr., men det er forkert. Alt er vås og forvirring, indtil man siger: Vi har to ligninger med to ubekendte:

$$F + P = 12$$

$$F - P = 10$$

der har løsningen $(F, P) = (11, 1)$.

Flasken koster således 11 kr. og proppen 1, hvilket er let at kontrollere ved at indsætte i ligningerne.

Det er således ikke så vanskeligt at opstille og løse to ligninger med to ubekendte, men går vi videre til tre ligninger med tre ubekendte, bliver det straks noget vanskeligere. Går

vi endnu videre, bliver det uoverkommeligt for et menneske, men for computeren er det ikke noget problem.

Den kan programmeres til at opstille n ligninger med n ubekendte, hvor n kan være et endog meget stort tal. Det sker lige så hurtigt, som vi kan tegne et netværk med n kasser. Derefter løser den ligningerne på et øjeblik. Computeren er en revolutionerende udvidelse af de muligheder, matematikken giver os.

stoffernes bevarelse. Som bekendt betyder den, at hvad der gælder for penge, gælder også for grundstoffer, for lige som penge, strømmer de fra et sted til et andet. De kan undervejs indgå i forskellige forbindelser, men atomerne bevares.

Uanset om vi taler om penge eller grundstoffer, kan vi tegne balancerne som netværk af kasser og pile. Kasserne er konti, eller kontrolkasser, med beholdningsændringer, og pilene er strømme. Netværk balanceres ved at løse n

balanceligninger med n ubekendte, hvor n er antallet af kasser i netværket.

Kasserne minder om krukkerne og dengang, man flyttede lerfigurer fra den ene til den anden i

Balance og overvågning

Computerspillet's første regel er: *Loven om grundstoffernes bevarelse*. Lad os bruge den på kvælstoffet i landbruget. Balanceligningen for enhver tænkelig kontrolkasse, er:

$$D = \text{input} - \text{output}$$

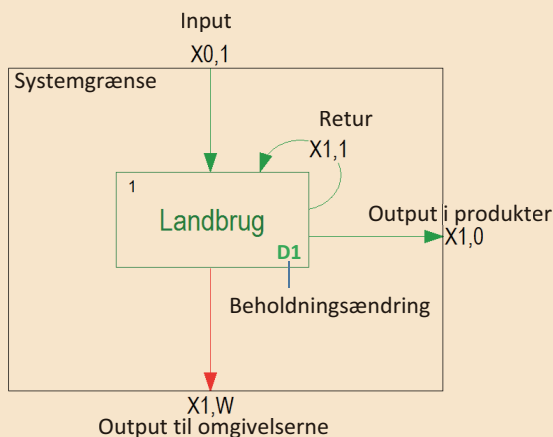
Anvendes den på kontrolkasse 1, har vi:

$$D1 = X_{0,1} + X_{1,1} - (X_{1,1} + X_{1,0} + X_{1,W})$$

Da returstrømmen, $X_{1,1}$, går ud, har vi tilbage:

$$D1 = X_{0,1} - (X_{1,0} + X_{1,W})$$

Der er fire variable. Én af dem kan bestemmes af balancen, når vi kender de tre andre. Her er det valgt at bestemme $X_{1,W}$, output til omgivelserne, fordi den i praksis er umulig at måle. Den er rød, fordi den er dataoutput. De grønne er datainput.



Computeren opstiller automatisk ligningen og løser den, så snart vi har bestemt os for hvilken af de variable, der skal være den ubekendte. Når det er på plads, er det let at gå videre til sammenhørende ligninger og netværk med lige så mange kasser, det skal være.

Konsekvensberegning og styring

Computerspillet's anden regel er: *Der skal være lige så mange (gyldige) ligninger som ubekendte*. Men den siger ikke noget om hvilke ligninger og ubekendte. I nærværende eksempel kan vi til den allerede etablerede balanceligning føje to ligninger, der definerer dimensionsløse nøgletal, der udgør systemets struktur:

$$\text{Effektiviteten } e = \frac{X_{1,0} + X_{1,1}}{X_{0,1} + X_{1,1}}$$

$$\text{Returgraden } r = \frac{X_{1,1}}{X_{1,0} + X_{1,1}}$$

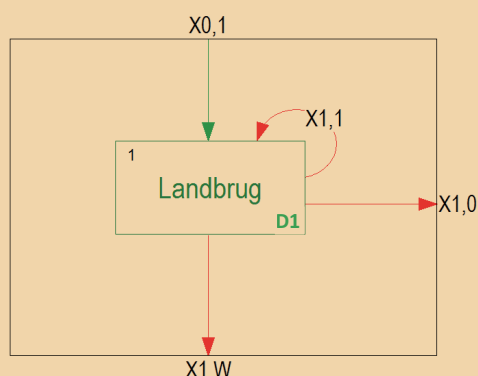
Vi har nu tre sammenhørende ligninger med balanceligningen først:

$$X_{1,0} + X_{1,W} = X_{0,1} - D1$$

$$X_{1,0} - (1 - e)X_{1,1} = eX_{0,1}$$

$$rX_{1,0} - (1 - r)X_{1,1} = 0$$

De tre røde strømme, $X_{1,0}$, $X_{1,W}$ og $X_{1,1}$ er de ubekendte. De er funktioner af de grønne: $X_{0,1}$, $D1$, e , og r , dvs. input og struktur. Dermed kan vi konsekvensberegne, dvs. besvare "hvad-hvis" spørgsmål: *Hvad sker*



der med balancen, hvis vi ændrer input og struktur?

Jeg har her gjort tre tilføjelser til den klassiske input-output analyse (Leontief 1986): For det første tegner jeg input-output tabeller som netværk af kasser og pile. For det andet bruger jeg (dimensionsløse) output-koefficienter i stedet for input-koefficienter. For det tredje regner jeg ikke på økonomiske goder (varer og tjenester), men på de strømme af vand, stof og energi, der er medgået til at frembringe dem.

netværk af krukker. I dag foregår det elektronisk i netværk af konti, men tankegangen, metoden er den samme.

To regler og en computer

Tænk ikke i "debet-kredit", kolonner og sammentællinger. Tænk "input-output", netværk og ligninger. På den måde er det forholdvis enkelt at frembringe et computersystem, der både opstiller og løser ligningerne ud fra de oplysninger, der ligger i netværket, der er den forklarede gengivelse af, hvad sagen drejer sig om.

Man kan sige, at der er tale om et meget enkelt "computerspil", fordi der kun er to regler:

1) Loven om grundstoffernes bevarelse

2) *Der skal være lige så mange (gyldige) ligninger som ubekendte*

Man tegner et system, fx landbruget i oplandet til en fjord, som et netværk af kasser med beholdningsændringer forbundet med pile (strømme) med hinanden og med omgivelserne og indtaster efterspurgte tal. Computeren klarer resten, sådan da.

Det er let at forstå, det er let at bruge, og ikke mindst let at kontrollere. Det er komplekst nok til at være realistisk – og dog så enkelt, at man tror, det er løgn. Til dem, der alligevel mener, at det er indviklet, er der kun at sige: Det gør ikke noget, for du kan let kontrollere, at balancerne stemmer.

Det er således ingen kunst at balancere ikke bare kvælstof, men enhver bevaret størrelse, og dem er der mange af. Den eneste ikke-bevarede størrelse, jeg lige kan komme i tanke om, er entropien. Ellers består den fysiske verden af lutter bevarede størrelser, der strømmer, akkurat som var de løsninger til sammenhørende ligninger, der sørger for, at loven om grundstoffernes bevarelse altid er opfyldt.

På den måde lader det sig gøre at overvåge strømme og beholdninger af enhver bevaret størrelse i menneskeskabte og naturlige systemer, fx kvælstof i landbruget.

Hvad-hvis spørgsmål og styring

Hertil har det kun handlet om overvågning, men ikke om styring med konsekvensberegninger, dvs. beregninger, der fortæller, hvordan balancen kommer til at se ud, hvis vi foretager os det ene eller det andet for at nedbringe udledningen. Løsningen til den opgave ligger snublende nær, for computerspillets anden regel er, at der skal være lige så mange (gyldige) ligninger som ubekendte, men den siger ikke noget om *hvilke* ligninger og ubekendte.

Det betyder, at vi til sættet af sammenhørende balanceligninger, der altid er med, kan tilføje ligninger, der definerer dimensionsløse nøgletal, der er systemets struktur. En effektivitet er et typisk nøgletal. Hermed er balancen en funktion af input og af systemets struktur. Der er blot tale om en variation over temaet: sammenhørende, lineære ligninger

På den måde kommer vi fra overvågning til styring, for nu sikrer ligningerne ikke bare at stoffet, men også at systemets struktur bevares – *med mindre* vi vælger at ændre den. Dermed kan vi besvare "hvad-hvis" spørgsmål: *Hvad* sker der med balancen, *hvis* vi nedsætter input eller hæver effektiviteten (eller begge dele) for at nedsætte kvælstofudledningen? At kunne besvare den slags spørgsmål er en nødvendig forudsætning for at kunne optimere, dvs. undgå tab.

På den måde kan vi ikke blot overvåge strømme og beholdninger, fx af kvælstof i landbruget, men også styre dem optimalt. Og det er netop opgaven i sagen om kvælstof i landbruget og vandmiljøet. Kvælstof er som bekendt et næringsstof for planter på landjorden, men også i havet, hvor

planktonproduktionen er så stor, at den er et problem.

Hvis vi vil det problem til livs, er der ingen vej uden om at nedbringe udledningen af kvælstof til vore farvande i hovedsagen fra landbrug her i landet og i udlandet. Det er da også det, vi har gjort i snart 30 år. Det har bestemt ikke været forgæves, men problemet er, at det er foregået uden brug af balancer og uden optimering. Resultatet er betydelige økonomiske tab og en forvirret debat.

Opgaven er at undgå tab

Opgaven er at nedbringe udledningen, hvor det koster mindst, få mest miljø for pengene. Uden konsekvensberegninger investerer vi i blinde, hvilket uvægerligt medfører, at vi kommer til at betale mere, end vi havde behovet.

Vi rammes af tab, fx hvis vi af uvidenhed eller mangel på rettidig omhu køber en vare, hvor prisen er højere end nødvendigt. Den slags tab kan undgås, for det er muligt at beregne hvad der sker med fx landbrugets kvælstofbalance og derved bestemme ikke de bare miljømæssige, men også de økonomiske konsekvenser af at gøre dette eller hint med henblik på at nedsætte kvælstofudledningen.

Hvis vi vil undgå tab, er det nødvendigt at balancere og optimere. Før var det vanskeligt, men nu er det oldgamle dobbelte bogholderi (og en tilføjelse til den klassiske input-output analyse) visualiseret og computeriseret, så det ikke er nogen kunst. Det kan gøres af de fleste, der kan bruge en computer. Spørgsmålet er ikke, om systemet kan anvendes i miljøforvaltningen til gavn for miljøet, økonomien og debatten. Spørgsmålet er, om det vil blive anvendt.

Sagen er ikke så indviklet, som journalister og politikere tror. Og når det kommer til det arkimediske punkt, er enigheden fuldstændig urokkelig. ■

Yderligere læsning

På Aktuel Naturvidenskabshjemmeside kan du finde baggrundsmateriale, hvor Hans Schrøder opstiller detaljerede kvælstofbalancer for landbruget med metoden beskrevet i denne artikel. Se <http://aktuelnaturvidenskab.dk/find-artikel/nyeste-numre/2-2017/>

Devlin, Keith, 1998. The Language of Mathematics. Holt Paperbacks. W.H. Freeman Henry Holt and company, New York.

Kyllingsbæk, Arne, 2008. Landbrugets husholdning med næringsstoffer 1900-2005. Kvælstof, fosfor, kalium. DJF Markbrug. Nr. 18.

Leontief, Wassily, 1986. Input-Output Economics. Second Edition. Oxford University Press.

Schrøder, Hans, 2016. Udledningen af kvælstof fra Danmark. Face-book-siden for gruppen Vandmiljø – hvad forskerne er enige om.

Der er baggrundsmateriale med kvælstofbalancer for landbruget på siden: aktuelnaturvidenskab.dk/find-artikel/nyeste-numre/2-2017