

FORSTÅR DU INGENTING?

Historien om nul

Begrebet nul er på ingen måde intuitivt, og selvom det i dag betragtes som et tal, opfører det sig ikke helt ligesom de øvrige tal. Her får du historien bag dette forunderlige begreb.

Prøv at forestille dig nul lyserøde elefanter. Det første du ser for dig er sandsynligvis nu en lyserød elefant – men du blev jo bedt om ikke at forestille dig nogle. Hvordan kan det så være, at du alligevel ser en? Det skyldes, at din hjerne ikke er i stand til at repræsentere nul af noget, fordi begrebet nul, eller ingenting, ikke er intuitivt. Når du tæller, starter du vel heller ikke med nul?

I 2006 lavede Rona Catterall et studie, hvor hun spurgte en række børn, om de opfattede nul som et tal. Her opdagede hun, at der var meget delte meninger blandt børnene. Nogle sagde "Ja, for nul ligger på tallinjen, og vi bruger det, når vi tæller." Andre sagde "Nej, for det er jo ingenting." Et andet studie med en chimpanse kaldet Ai viser igen, at nullet ikke er intuitivt. Ai blev trænet i at benytte de naturlige tal og var meget præcis ved brugen af tallene 1-9. Hun blev dog ved med at forveksle symbolet "0" med 1 eller 2, hvilket tydede på, at hun forstod nul som et synonym for "meget få".

Disse studier viser tydeligt, at nul-begrebet er svært for os at

forstå, fordi det ikke er intuitivt for os. Nul betragtes i dag som et tal, men det har alligevel en særlig rolle, for det opfører sig ikke helt som alle de andre tal. På trods af dette benyttes nul utallige steder i vores hverdag; først og fremmest i matematikken, hvor vi har lært at regne med tallet 0, men også i teknologien. Havde vi ikke haft et nul, ville vi ikke have et binært system, og uden det binære system havde vi ingen computere. Nul-begrebet er utroligt vigtigt for os i dag, men hvor kommer det egentlig fra?

Nullets historie

Første gang vi støder på et symbol for nul er i skriftlige kilder fra Egypten omkring år 3000 f.Kr. Her blev det brugt i arkitekturen til at indikere det nederste niveau i pyramiderne. Senere optræder det som en såkaldt pladsholder i talsystemer fra Babylonien år 1700 f.Kr., Kina år 400 f.Kr., Mayaerne år 300 e.Kr. og Indien år 600 e.Kr.

I de babylonske, kinesiske og mayanske talsystemer benyttede man først et mellemrum i tallene for at vise, at der ikke var noget på denne plads. For eksempel til at vise, at der ikke var nogle tiere

i et tal. Dette gav dog problemer, når man skulle skrive tal, hvor der hverken var tiere eller hundreder. Det var svært at se, hvor mange mellemrum der var i et tal, og man kunne derfor ikke se forskel på tal som 102 og 1002. Senere fandt man på at tegne et særligt symbol, som pladsholder, for at vise, at på denne plads i tallet var der ingenting. I Indien og Kina fandt man på at tegne en lille prik eller en cirkel som nul-symbol. Det var denne cirkel, som senere udviklede sig til det symbol, vi benytter i dag. Inderne kaldte almindeligvis cirkel-symbolet for *sunya*, men havde også mange andre synonymer for nullet, såsom "tomrum", "prik", "himmel" eller "uendelig".

Det indiske nul, *sunya*, optrådte i indiske grammatiske tekster flere hundrede år før vor tidsregning og inspirerede de indiske matematikere til at inkludere *sunya* i deres talsystem, da dette blev lavet om til et decimalsystem. Hvornår dette skete, ved man ikke præcist, men i 1881 fandt en landmand et gammelt manuskript i byen Bakhshali, som viser, hvordan en lille cirkel blev brugt som pladsholder i tal, som var skrevet



Om forfatteren

Anna Rani Digebjerg er cand. scient i matematik og fysik fra Syddansk Universitet. Hun har skrevet speciale indenfor matematikhistorie om nullets historie i den indiske matematik samt transmissionen til den arabiske matematik. anna-rani-digebjerg@hotmail.com



efter decimalsystemets metode. Manuskriptet, som kaldes Bakhshali-manuskriptet, er blevet dateret til omkring det syvende århundrede e.Kr., så allerede da har man benyttet et nul-symbol i den indiske matematik.

Efter det syvende århundrede blev det meget almindeligt at benytte nul-symbolet, når man skrev store tal indenfor målinger i astronomien. Når man efterfølgende skulle regne med disse tal, blev man nødt til på et tidspunkt at skulle regne med tallet 0. De indiske astronomer og matematikere måtte derfor begynde at definere regneregler for, hvordan man regnede med 0. Disse regneregler er de første indikationer på, at nul blev betragtet som mere end blot en pladsholder i store tal – her betragtede man nullet som et tal i sig selv.

Omkring det niende århundrede begyndte de indiske astronomiske tekster at spredes til Mellemøsten. Det skete blandt andet, da en indisk astronom besøgte den arabiske kalif al-Mansur i år 773 e.Kr. og medbragte en bog om den indiske astronomi. I forbindelse med oversættelsen af sådanne

Nutidigt kort over Mellemøsten og Indien med markeringer af steder og forfattere, som arbejdede med nullet og det indiske talsystem i perioden fra ca. 500 f.Kr. til 1100 e.Kr.

Nul som pladsholder

Når vi skriver et større tal, benytter vi kun ti forskellige symboler (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 og 9), som vi opskriver i forskellige rækkefølger, alt efter hvilket tal vi gerne vil repræsentere. Vi placerer altså talsymbolerne på forskellige pladser alt efter deres værdi. Betragt for eksempel tallet

2 7 4 6

Rækkefølgen af talsymbolerne i dette tal viser, at vi har 6 ettere, 4 tiere, 7 hundreder og 2 tusinder. Betragter vi i stedet tallet

2 7 0 6

ser vi, at der nu ikke længere er nogle tiere. Det indikeres ved hjælp af symbolet "0", som derved benyttes som en pladsholder, der viser, at på denne plads er der ingenting.

Decimalsystemet

Det talsystem, vi benytter i dag, kaldes det hindu-arabiske talsystem og bygger på et 10-base system, eller decimalsystem. Det betyder, at vi bygger alle vores tal op ud fra kun ti forskellige symboler (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 og 9), som vi placerer på forskellige pladser i forskellige rækkefølger, alt efter hvilket tal vi ønsker at skrive. Hver plads i tallet kan beskrives ved en potens af ti. For eksempel kan tallet

2 7 6 4

beskrives som

$$2 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$$

Yderligere læsning:
Kim Plofker (2009):
Mathematics in India.
Princeton University
Press.

A.K. Bag og S.R. Sarma
(2003): The Concept
of Sunya. Aryan Books
International.

Rona Catterall (2006):
Exploring Children's
Conception of Zero.
Sheffield Hallam Uni-
versity.

tekster fra hindu til arabisk blev en ny genre i den arabiske matematik udviklet – nemlig undersøgelser og forklaringer af det nye indiske talsystem med kun ti symboler og hvordan man kunne regne med disse taltyper. Mange matematikere udgav tekster indenfor denne genre, deriblandt al-Khwārizmī, som algoritme-begrebet er opkaldt efter. Han brugte mange sider og lange forklaringer på at fortælle, hvordan det indiske talsystem skulle bruges, på trods af at han selv skrev, at systemet var lettere end det daværende arabiske talsystem.

Det er dog værd at bemærke, at de arabiske matematikere gik tilbage til at beskrive nullet som intet andet end en pladsholder. De beskrev altså ikke nul som et tal i sig selv, ligesom inderne var begyndt at gøre det. Gennem de arabiske tekster blev viden om det indiske talsystem, sammen med brugen af nullet, spredt videre til Europa, hvor det senere udviklede sig til det talsystem,

vi kender og benytter over hele verden i dag.

Forståelsen af nul

Vi ser gennem talsystemets historie, at nul ikke har været med fra starten. Gennem udviklingen af det indiske talsystem benyttede man blot nullet som en pladsholder, og først langt senere begyndte matematikerne at betragte nullet som et tal i sig selv på lige fod med de andre tal. Ligeledes ser vi, at de arabiske matematikere, på trods af de indiske fremskridt indenfor beregninger med nul, ikke så nullet som andet end en pladsholder. Alt dette, sammenholdt med de tidligere nævnte studier, tyder på, at nullet er et svært begreb at forstå.

Undersøgelser viser, at nye begreber er lettest at forstå, hvis de stemmer godt overens med noget, man allerede ved, eller noget som er intuitivt. Det gør nullet ikke. Den del af hjernen, som repræsenterer tal, er ikke i stand til at repræsentere nul, da det er "in-

genting" og derfor en mangel på aktivitet i hjernen. Det ses også tydeligt i øvelsen med at forestille sig nul lyserøde elefanter. Konsekvensen af dette er, at nul ikke er et intuitivt begreb, og derfor er det svært at forstå.

Gennem historien ser vi dog også, at idet inderne begynder at repræsentere nul-begrebet ved brug af et symbol, nemlig "0", når de også frem til, at nullet kan ses som et tal, som vi kan regne med. Når vi repræsenterer et tal eksternt ved brug af et symbol, for eksempel ved at tegne nul-cirklen, gives der plads til en større tanke-frihed, og vi begynder at kunne forestille os nul-begrebet, fordi vi kan forestille os tallet. På den måde er der plads til at tænke videre over, hvad tallet kan bruges til og til at definere regneregler for tallet. Når vi har et symbol for nullet, giver det derfor anledning til nye opdagelser af nullets anvendelighed, for eksempel til brug i det binære system som benyttes i computere. ■

Science på RUC

Naturvidenskab i virkeligheden

Interesserer du dig for Matematisk Modellering?

Nye uddannelser på Roskilde Universitet:

- **Mathematical Computer Modelling**
- **Mathematical Physical Modelling**
- **Mathematical Biosciences**